|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Неронов Роман  Михайлович | 20.Б11-пу | 17.09.2021 |
| Номер эссе: 2 | Тема эссе: “ КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ” | |

ЭССЕ

на тему:

« КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ »

Выполнил студент группы 20.Б11-пу

Неронов Роман Михайлович

*Криволинейная система координат* в области D ⊂ Rn(y) - система гладких функций (x1(y1, ..., yn), ..., xn (y1, …, yn)), задающих взаимно-однозначное отображение области D на некоторую область D1 ⊂ Rn1 (x), причем эти функции таковы, что якобиан отличен от нуля во всех точках области D

J(y) =

!) Отличие от нуля якобиана гарантирует, что обратное отображение будет гладким

!) Криволинейная система координат задается двумя гладкими, взаимно-обратными отображениями *f*(y) и  , устанавливающими гомеоморфизм (Взаимно однозначное и взаимно непрерывное отображение топологических пространств (обобщение метрического пространства, в котором рассматриваются только свойства непрерывности)) между множествами 

Отображение f: D → Rn 1 - гладкое отображением класса Cr (D) при 1≤r<∞, или r = ∞, или r = ω, если оно дифференцируемо до порядка r включительно, или бесконечно дифференцируемо.

*Диффеоморфизмом класса*  - гладкий гомеоморфизм класса  между 

*Диффеоморфные множества* - множества  при существовании диффеоморфизма

!) Криволинейная система координат в области — это некоторый диффеоморфизм  с ненулевым якобианом.

**Замена координат:**

Пусть y = (y1, ..., yn) ∈ Rn(y), и в области D ⊂ Rn(y) две системы координат x(y) = (x1(y), ..., xn(y)) и z(y) = (z1(y), ..., zn(y)) заданы отображениями f: D → D1 ⊂ Rn1 (x) и g: D → D2 ⊂ Rn2 (z). *Заменой координат* x на z (или z на x) - отображение ψxz: D1 → D2, задаваемое формулой ψxz = g ◦f−1.

**Локальные базисы:**

Криволинейные координаты обозначим = (q1, q2, q3) и будем задавать их формулами qi = qi(), = (x, y, z) ∈ D, i = 1, 2, 3, то есть = (), или x = x(), y = y(), z = z(), = () при = (q1, q2, q3) ∈ Q = { | = (), ∈ D}.

Пусть = (q1,0, q2,0, q3,0) ∈ Q, = () = (x0, y0, z0), тогда множества (qi,0) = {(x, y, z) ∈ D | qi(x, y, z) = qi,0 } , i = 1, 2, 3 - *координатные поверхности криволинейной системы координат* = (q1, q2, q3) в точке (q1,0, q2,0, q3,0), а = (q1,0) ∩ (q2,0), = (q1,0) ∩ (q3,0), = (q2,0) ∩ (q3,0) - ее *координатными линиями* в этой точке. Ясно, что (q1,0) ∩ (q2,0) ∩ (q3,0) = {(x0, y0, z0)}.

Вектора , , составляют строки матрицы якобиана и должны быть ненулевыми. Эти векторы являются касательными в точке = (q1,0, q2,0, q3,0) ∈ Q к линиям , , соответственно.

Совокупность трех векторов (, ) единичной длины, определяемых формулой = , i = 1, 2, 3 - *локальный базис* в точке = (q1,0, q2,0, q3,0) рассматриваемой криволинейной системы координат.

Пусть векторы , взаимно ортогональны в точке = (q1,0, q2,0, q3,0), тогда базис и сама криволинейная система - ортогональные в этой точке.

Условия ортогональности локального базиса: = 0, = 0, = 0, что эквивалентно ()/()= 0, (/() = 0, = 0, и равенствам ()/()+ ()/()+ ()/()=0, i,j=1,2,3, i≠j.